

LE OPERAZIONI E LE LORO PROPRIETA':

Le operazioni matematiche sono: addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione. L'elevamento a potenza verrà trattato in una lezione a parte.

ADDIZIONE

$$\begin{array}{ccc}
 5 & + & 6 = 11 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{ADDENDI} & & \text{SOMMA (risultato)}
 \end{array}$$

PROPRIETA':

- **COMMUTATIVA:** scambiando l'ordine degli addendi il risultato non cambia. Es.

$$8 + 2 = 10 \quad 2 + 8 = 10$$

- **ASSOCIATIVA:** la somma di tre (o più) addendi non cambia se a due (o più) di essi si sostituisce la loro somma. Es.

$$\begin{array}{ccc}
 3 & + & 6 + 4 = 13 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 9 & + & 4 = 13
 \end{array}$$

- **DISSOCIATIVA:** la somma di due o più addendi non cambia se uno di essi viene sostituito da due numeri che sommati danno quel numero sostituito. Es.

$$\begin{array}{ccc}
 9 & + & 4 = 13 \\
 \downarrow \\
 3 & + & 6 + 4 = 13
 \end{array}$$

- **ELEMENTO NEUTRO DELL'ADDIZIONE** è LO ZERO, perchè qualunque numero sommato a 0 non altera il risultato dell'addizione.

SOTTRAZIONE

$$\begin{array}{ccc}
 8 & - & 5 = 3 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{MINUENDO} & & \text{SOTTRAENDO} \\
 & & \downarrow \\
 & & \text{DIFFERENZA (risultato)}
 \end{array}$$

La prova: la differenza è quel numero che, addizionato al sottraendo dà come somma il minuendo. Quindi $3 + 5 = 8$

PROPRIETA': INVARIANTIVA

La sottrazione gode di un'unica proprietà: la proprietà invariantiva, secondo cui la differenza di due numeri non cambia se a entrambi si aggiunge o si sottrae lo stesso numero.

$$132 - 122 = 10$$

Ora proviamo ad aggiungere uno stesso numero sia al minuendo (132), sia al sottraendo (122).

$$(132 + 3) - (122 + 3) = 135 - 125 = 10$$

Proviamo invece a togliere lo stesso numero a entrambi i termini ed il risultato sarà lo stesso:

$$(132 - 2) - (122 - 2) = 130 - 120 = 10$$

MOLTIPLICAZIONE

$$\begin{array}{ccc}
 5 & \times & 6 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{moltiplicando} & & \text{moltiplicatore}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{ccc}
 30 & & \\
 \downarrow & & \\
 \text{prodotto} & &
 \end{array}$$

Se i numeri che moltiplichiamo sono più di due prendono il nome generico “fattori”

Il **NUMERO NEUTRO** della moltiplicazione è 1: perchè qualunque numero moltiplicato per 1 da sempre quel numero.

PROPRIETA':

- **COMMUTATIVA**: La proprietà commutativa dice che **cambiando l'ordine dei fattori, il risultato della moltiplicazione non cambia**. Facciamo un esempio:

$$10 \times 2 = 20$$

così come

$$2 \times 10 = 20$$

- **ASSOCIATIVA**: **in una moltiplicazione composta da tre o più fattori si possono sostituire due qualsiasi fattori consecutivi con il loro prodotto** senza che il prodotto cambi.

Un esempio:

$$10 \times 2 \times 5 = 100$$

Secondo la proprietà associativa possiamo anche calcolare questa operazione così:

$$10 \times 2 = 20 \text{ e poi } 20 \times 5 = 100$$

Lo stesso risultato lo otteniamo se facciamo:

$$2 \times 5 = 10 \text{ e poi } 10 \times 10 = 100$$

- **DISSOCIATIVA**: La proprietà dissociativa stabilisce che **un fattore possa essere sostituito con due numeri il cui prodotto restituisce il numero sostituito, senza che il risultato finale cambi**.

Vediamo come:

$$\begin{array}{ccc}
 10 & \times & 2 = 20 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 5 \times 2 & & 5 \times 2 = 20
 \end{array}$$

- **DISTRIBUTIVA**: se si scompone un fattore con la somma di due numeri e poi moltiplico ciascun addendo per il fattore rimasto e sommo i risultati, il prodotto finale non cambia.

$$\begin{array}{ccc}
 10 & \times & 2 = 20 \\
 \downarrow & & \\
 (5+5) & \times & 2 = 20 \\
 \downarrow & & \\
 (5 \times 2) + (5 \times 2) & = & \\
 10 + 10 & = & 20
 \end{array}$$

DIVISIONE

$$\begin{array}{ccccccc}
 20 & & : & & 4 & = & 5 \\
 \downarrow & & & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{dividendo} & & & & \text{divisore} & & \text{quoziente}
 \end{array}$$

L'ELEMENTO NEUTRO DELLA DIVISIONE è 1 perchè qualsiasi numero diviso 1, il quoziente sarà sempre uguale al dividendo

ATTENZIONE: lo zero \longrightarrow In matematica non esiste il risultato di un numero diviso per zero

Se, invece, provo a dividere lo zero per un qualsiasi numero, il risultato sarà sempre zero. Esempio:

$$0 : 85 = 0$$

La divisione gode di **due proprietà**, quella **invariantiva** e quella **distributiva**.

PROPRIETA' INVARIANTIVA

Se dividendo e divisore vengono divisi o moltiplicati per uno stesso numero, il risultato della divisione non cambierà. Facciamo un esempio:

$$150 : 30 = 5$$

$$(150 : 10) : (30 : 10) = 15 : 3 = 5$$

e lo stesso se moltiplichiamo:

$$(150 \times 10) : (30 \times 10) = 1500 : 300 = 5$$

PROPRIETA' DISTRIBUTIVA

Se si scompone il dividendo in due numeri la cui somma o la cui differenza dia proprio il numero di partenza, e cioè il dividendo. Una volta fatto questo, se si dividono i numeri ottenuti per il divisore e poi si sommano (o sottraggono) i quozienti ottenuti, si otterrà il risultato della divisione originaria.

$$\begin{array}{ccccccc}
 175 & : & 25 & = & 7 & & \\
 \downarrow & & & & & & \\
 (100 + 75) & : & 25 & = & & & \\
 \\
 (100 : 25) & + & (75 : 25) & = & & & \\
 \downarrow & & \downarrow & & & & \\
 4 & + & 3 & = & 7 & & \\
 \text{il risultato è sempre 7!} & & & & & &
 \end{array}$$